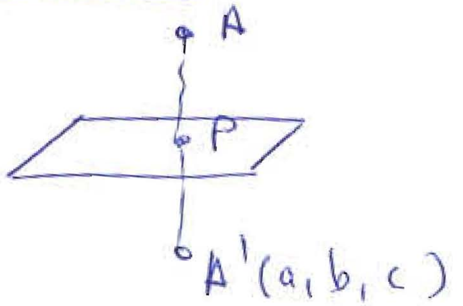
② Hallar el simétrico del pto $(2,3,-1)$ sobre el plano $2x-y+z=4$

Soluc.



Hay que hallar una recta perpendicular al plano y que pase por el pto A

$A=(2,3,-1)$
$\vec{n}=(2,-1,1)$

$$\begin{cases} x=2+2t \\ y=3-t \\ z=-1+t \end{cases}$$

Hallamos la proyección del pto A sobre el plano, viendo donde corta la recta al plano

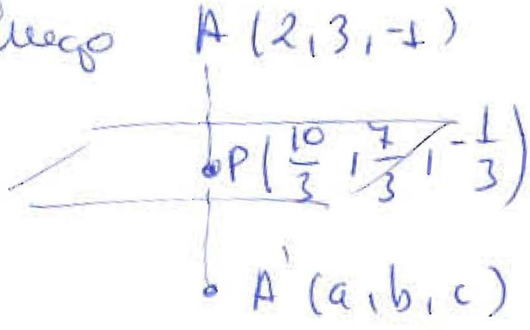
$$2x-y+z=4$$

$$2(2+2t)-(3-t)+(-1+t)=4$$

$$4+4t-3+t-1+t=4$$

$$6t=4 \rightarrow t=\frac{4}{6}=\frac{2}{3} \quad \text{luego } P\equiv\left(\frac{10}{3},\frac{7}{3},\frac{-1}{3}\right)$$

luego



Como el punto P es la proyección del pto A sobre el plano, es el pto medio entre A y su simétrico A'. debe cumplir

$$\frac{10}{3}=\frac{2+a}{2} \rightarrow 20=6+2a \rightarrow a=7$$

$$\frac{7}{3}=\frac{3+b}{2} \rightarrow 14=9+3b \rightarrow b=\frac{14-9}{3}=\frac{5}{3}$$

$$-\frac{1}{3}=\frac{-1+c}{2} \rightarrow -2=-3+3c \rightarrow c=\frac{5}{3}$$

luego es simétrico $A'=\left(7,\frac{5}{3},\frac{5}{3}\right)$

→ 3 $A = (2, 0, -1)$ $B = (1, 1, 2)$ $C = (0\ 2, 1)$

a) Ec. del plano que pasa por A B y C y Hallar la distancia del origen a dicho plano

b) Area del Triangulo $\widehat{ABC}$

Solución

a) $\vec{AB} = (-1, 1, 3)$

$\vec{AC} = (-2, 2, 2)$

se simplifica el vector $(-1,1,1)$

plano $\begin{vmatrix} x-2 & y & z+1 \\ -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$-2(x-2) - 2(y) + 0(z+1) = 0$

$-2x + 4 - 2y = 0$

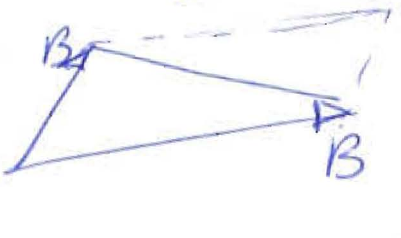
$2x + 2y = 4$

$\boxed{x + y = 2}$

distancia del origen $(0,0,0)$ al plano $(x+y) = 2 \rightarrow x + y - 2 = 0$

$d = \dfrac{|0 + 0 - 2|}{\sqrt{1+1}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}}$ $\quad d = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} \rightarrow d = \sqrt{2}$

b) Area del triangulo



El producto vectorial de $\vec{AB} \times \vec{AC}$ nos da el area del paralelogramo

Hacemos el producto vectorial y hallamos su modulo

$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -4\vec{i} - 4\vec{j} + 0\vec{k}$

el vector nos da $(-4, -4, 0)$ su modulo es el area del paralelogramo, luego si lo dividimos por 2 tendremos el area del triangulo

$A = \dfrac{|\vec{AB} \times \vec{AC}|}{2} = \dfrac{\sqrt{16+16}}{2} = \dfrac{\sqrt{32}}{2} = \dfrac{4\sqrt{2}}{2} = \underline{\underline{2\sqrt{2}\,u}}$