① Dados los ptos $A = (1,2,-1)$ $B = (-1,0,2)$

$r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}$ $\quad s \equiv \{ x-1 = y = z+2$

$\pi_1 \equiv 2y - 2z = 3$ $\quad \pi_2 \equiv 3x + y - 2z = 6$

Hallar :

① Ec. de la recta que pasa por el pto A y por el pto donde la recta r corta a plano π_2

② Posición relativa de r y s

③ Posición relativa de r y π_1

④ Ec. del plano que pasa por A y B y es paralelo al eje OZ. Ver donde corta a S

Soluciones

① $A = (1,2,-1)$ hallamos el pto de corte de r y π_2

$3x + y - 2z = 6$

$3(2t) + (1+t) - 2t = 6$

$6t + 1 + t - 2t = 6$

$5t = 5 \rightarrow t = 1$ luego sustituyendo en r $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} A = (1,2,-1) \\ P = (2,2,1) \end{array}\right\} \vec{v} = (1,0,2)$

solución $\rightarrow \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{0} = \dfrac{z+1}{2}$

② $\begin{array}{l} V_r = (2,1,1) \\ V_s = (1,1,1) \end{array}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ rang 2 $\rightarrow$ se cortan o se cruzan

$\begin{array}{l} P_r = (0,1,0) \\ P_s = (1,0,-2) \end{array} \rightarrow \vec{v} = (1,-1,-2)$ $\quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0$

$\rightarrow$ las dos rectas se cortan en un pto

(3) la recta r en forma parametrica se sustituye en el plano π_1

$$r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases} \qquad \pi_1 = 2y - 2z = 3$$

$2(1+t) - 2t = 3$

$2 + 2t - 2t = 3$

$0t = 1$

$t = \frac{1}{0} \to \infty \to$ } la recta es paralela al plano

(4) El plano pasa por A y B $\to \vec{v} = (2, 2, -3)$
paralelo al eje OZ $\to \vec{v} = (0, 0, 1)$
luego el plano sera

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z+1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$\to 2(x-1) - 2(y-2) = 0 \to 2x - 2 - 2y - 4 = 0$

$\to x - y - 1 = 0$

para ver donde corta a la recta s

$$s = \begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = -2+t \end{cases}$$

$x - y - 1 = 0$

$1 + t - t - 1 = 0$

$0t = 0$

$t = \frac{0}{0}$ la recta esta contenida en el plano.

Luego No existe un pto de corte, la recta y el plano tienen ∞ ptos en comun